Portofoliu

de

matematică

+ − × : = ?

al elevei:

Mohammadi Golkin
Sara Isabel, cl. a VII-a A

P Fișă pentru portofoliul individual

Numele și prenumele: Mohammadi Isabel

Clasa a VII-a: A

G3

Tema II.3. Ariile figurilor geometrice

$A_{\square} = l^2$

(2p) 1. Completați spațiile punctate pentru a obține propoziții adevărate:

a. Latura pătratului cu aria de 25 cm^2 este egală cu ~~16~~ . . 5 . . cm.

b. Aria dreptunghiului cu lungimea de 6 cm și lățimea egală cu jumătate din lungime este egală cu . . . 18 . . . . cm^2.

c. Aria triunghiului cu o latură de 6 cm și înălțimea corespunzătoare de 5 cm este egală cu . . 30 . . . . cm^2.

d. Aria trapezului cu baza mare de 10 cm, baza mică de 6 cm și înălțimea de 5 cm este egală cu . . . . . . 80 . cm^2. 3

(2p) 2. Pentru fiecare dintre enunțurile următoare, dacă enunțul este adevărat, încercuiți litera **A**. În caz contrar, încercuiți litera **F**.

a. Mediana împarte un triunghi în două triunghiuri de arii egale. A F

b. Dacă dublăm latura unui pătrat, aria lui se dublează. A F

c. Două triunghiuri congruente au ariile egale. A F

d. Un triunghi și un trapez pot avea aceeași arie. A F

(2p) 3. Uniți prin săgeți fiecare enunț din coloana **A** cu rezultatul corespunzător din coloana **B**.

A	B
a. Aria rombului cu diagonalele de 12 cm și 8 cm.	1. 45 cm^2
b. Aria pătratului cu latura de 6 cm.	2. 48 cm^2
c. Aria triunghiului dreptunghic cu catetele de 10 cm și 6 cm.	3. 30 cm^2
d. Aria trapezului ce are linia mijlocie de 9 cm și înălțimea de 5 cm.	4. 36 cm^2
	5. 60 cm^2

$$A = \frac{(B+b)\cdot h}{2} = \frac{9\cdot 5}{2} = \frac{45}{2} = 24,5$$

$$\begin{array}{r} 12\cdot \\ 8 \\ \hline 96 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 12\cdot \\ 8 \\ \hline 96 \end{array}$$

P

Fișă pentru portofoliul individual

Numele și prenumele: Mohammadi Isabel

Clasa a VII-a: A.

G2

Tema II.2. Dreptunghiul. Rombul. Pătratul. Trapezul

(2p) **1.** Completați spațiile punctate pentru a obține propoziții adevărate:

a. Suma măsurilor unghiurilor unui dreptunghi este egală cu 90°

b. Unghiurile opuse ale unui paralelogram sunt congruente.

c. Paralelogramul cu un unghi drept se numește dreptunghi.

d. Segmentul determinat de mijloacele laturilor neparalele ale unui trapez se numește linia mijlocie în trapez

(2p) **2.** Pentru fiecare dintre enunțurile următoare, dacă enunțul este adevărat, încercuiți litera **A**. În caz contrar, încercuiți litera **F**.

a. Diagonalele unui dreptunghi sunt congruente. A F

b. Patrulaterul cu diagonalele perpendiculare este romb. A F

c. Pătratul este un romb cu un unghi drept. A F

d. Trapezul isoscel are bazele congruente. A F

(2p) **3.** Uniți prin săgeți fiecare enunț din coloana **A** cu rezultatul corespunzător din coloana **B**.

A	B
a. Perimetrul pătratului cu latura de 4 cm.	1. 10 cm
b. Măsura $\sphericalangle BCD$ al trapezului $ABCD$, în care $AB \parallel DC$ și $\sphericalangle ABC = 150°$.	2. 60°
c. Măsura $\sphericalangle ABC$ al rombului $ABCD$ care are $AB = AC$.	3. 16 cm
d. Lungimea dreptunghiului $ABCD$, care are perimetrul de 36 cm și lățimea cu 2 cm mai mică decât lungimea.	4. 8 cm
	5. 30°

$P = 2L + 2l$

$P = 4L - 4\,cm = 36\,cm$

$P = 4L = 32\,cm$

$P = 8cm$ ~~lam~~ latimea

P Fișă pentru portofoliul individual

G4

Numele și prenumele: Mohammadi Isabel

Clasa a VII-a: A

Tema III.1. Coarde și arce de cerc. Unghi înscris în cerc. Tangente dintr-un punct exterior la un cerc. Poligoane regulate înscrise într-un cerc. Lungimea cercului și aria discului

(1,5p) 1. Completați spațiile punctate pentru a obține propoziții adevărate.

a. Un segment care unește două puncte de pe un cerc se numește coardă

b. Porțiunea de pe un cerc cuprinsă între două puncte distincte ale cercului se numește arc de cerc

c. O dreaptă care are două puncte comune cu un cerc este o rază a cercului.

(1,5p) 2. Pentru fiecare dintre enunțurile următoare, dacă enunțul este adevărat, încercuiți litera **A**. În caz contrar, încercuiți litera **F**.

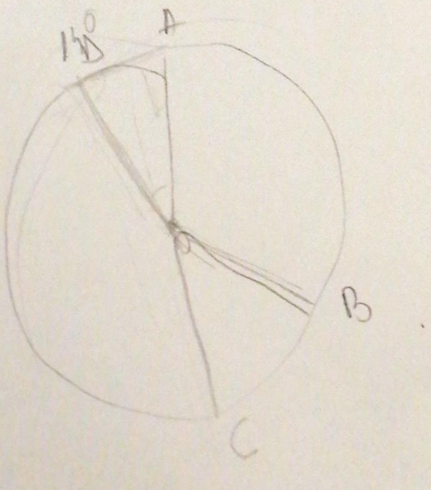
a. Un triunghi ale cărui vârfuri aparțin unui cerc se numește circumscris cercului. **A** **F**

b. Orice unghi înscris într-un semicerc este un unghi drept. **A** **F**

c. Tangenta la un cerc este perpendiculară pe rază în punctul de tangență. **A** **F**

(2p) 3. Pe un cerc se iau punctele A, B, C, D în sensul mișcării acelor de ceasornic, astfel încât $\overset{\frown}{AB}=100°$, $\overset{\frown}{BC}=70°$, $\overset{\frown}{CD}=140°$.
Uniți prin săgeți fiecare enunț din coloana **A** cu rezultwatul corespunzător din coloana **B**.

A	B
a. Măsura arcului mic $\overset{\frown}{AD}$.	1. 70°
	2. 100°
b. Măsura arcului $\overset{\frown}{ABC}$.	3. 170°
c. Măsura unghiului $\widehat{CAD}$.	4. 25°
d. Măsura unghiului $\widehat{ACD}$.	5. 50°

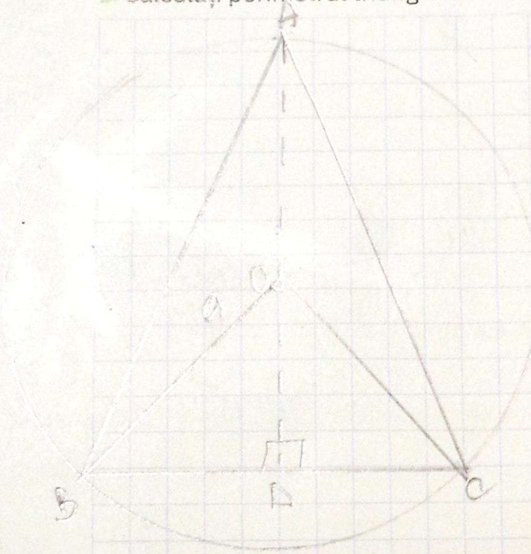


La problemele 4 și 5 scrieți pe fișa de evaluare rezolvările complete.

(2p) 4. Triunghiul isoscel ABC, cu $AB = AC$, este înscris în cercul $\mathcal{C}(O, 15\text{ cm})$. Se știe că $BC = 24$ cm.

a. Dacă $AD \perp BC$, calculați OD și AD.

b. Calculați perimetrul triunghiului ABC.



$\mathcal{C}(O, 15) \Rightarrow R = 15$ cm

$\triangle ABC$ isoscel ($BC = 24$ cm)

$AD \perp BC$ ($D \in BC$)

a) $OD = ?$ b) $P_{\triangle ABC} = ?$

$AD = ?$

$\triangle ODB$ - $BO = R = 15$cm

$BD = \frac{BC}{2} = 12$cm ?

(2p) 5 Fie T_1T_2 tangenta comună exterioară cercurilor $\mathcal{C}_1(O_1, 25\text{ cm})$ și $\mathcal{C}_2(O_2, 15\text{ cm})$, astfel încât $T_1 \in \mathcal{C}_1$ și $T_2 \in \mathcal{C}_2$. Calculați distanța O_1O_2 știind că $T_1T_2 = 24$ cm.

NOTĂ. Timp de lucru: 50 de minute. Se acordă 1 punct din oficiu.

Fișă pentru portofoliul individual

Numele și prenumele: Mohammadi Isabel

Clasa a VII-a: A

Tema 11.1. Patrulaterul convex. Paralelogramul. Linia mijlocie în triunghi

(2p) 1. Completați spațiile punctate pentru a obține propoziții adevărate:

a. Suma măsurilor unghiurilor unui patrulater convex este egală cu 360°
b. Unghiurile opuse ale unui paralelogram sunt congruente.
c. Dacă $ABCD$ este un paralelogram și $\sphericalangle A = 75°$, atunci $\sphericalangle B =$ 105°.
d. Dacă M și N sunt mijloacele laturilor AB, respectiv AC ale triunghiului ABC, iar $BC = 6$ cm, atunci $MN =$ 3 cm.

(2p) 2. Pentru fiecare dintre enunțurile următoare, dacă enunțul este adevărat, încercuiți litera **A**. În caz contrar, încercuiți litera **F**.

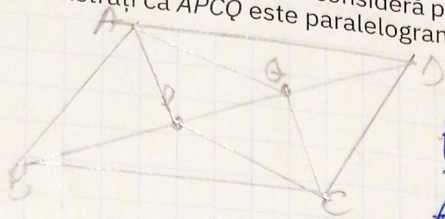
a. Diagonalele unui paralelogram sunt congruente. A F
b. Paralelogramul are patru laturi. A F
c. Orice triunghi are trei linii mijlocii. A F
d. Perimetrul unui patrulater convex este egal cu produsul lungimilor laturilor patrulaterului. A F

(2p) 3. Uniți prin săgeți fiecare enunț din coloana **A** cu rezultatul corespunzător din coloana **B**.

A	B
a. Perimetrul paralelogramului $ABCD$, care are $AB = 9$ cm și $BC = 6$ cm.	1. 150°
b. Măsura $\sphericalangle A$ al paralelogramului $ABCD$, care are $\sphericalangle B = 150°$.	2. 30°
c. Măsura $\sphericalangle A$ al paralelogramului $ABCD$, care are $\sphericalangle C = 150°$.	3. 60°
d. Perimetrul paralelogramului $ABCD$, care are $AB = 6$ cm și $BC = 2AB$.	4. 36 cm
	5. 30 cm

La problemele 4 și 5 scrieți pe fișa de evaluare rezolvările complete.

(2p) 4. În paralelogramul $ABCD$, se consideră punctele P și Q pe diagonala BD, astfel încât $BP \equiv DQ$. Demonstrați că $APCQ$ este paralelogram.



ABCD prg.

$P, Q \in (BD)$ aî $BP \equiv DQ$

APCQ prg.

$AB \equiv DC$

$DQ \equiv PB$ (ip)

$\sphericalangle ABP \equiv \sphericalangle QDC$ (unghiuri alterne interne) $\Big|\Rightarrow$

$\Rightarrow \Delta \cancel{ABP}\, APB \equiv \Delta DQC \Rightarrow AP \equiv QC$ (1)

$AD \equiv BC$

$DQ \equiv PB$

$\sphericalangle ADQ \equiv \sphericalangle DBC$ $\Big| \Rightarrow \Delta ADQ \equiv \Delta PCB \Rightarrow AQ \equiv PC$ (2)

(1), (2) $\Rightarrow$ APQC paralelog.

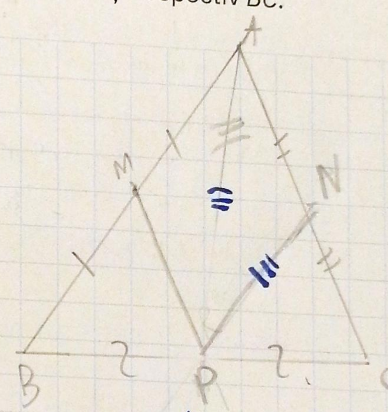
(1p) 5. În triunghiul ABC, M, N și P sunt mijloacele laturilor AB, AC și respectiv BC. Dacă $AP \cap MN = \{R\}$, demonstrați că $AR \equiv RP$.

ΔABC

M, N, P mij (AB, AC, BC)

$AP \cap MN = \{R\}$

$AR \equiv RP$



ΔABC

N mij $(AC) \Rightarrow AN = NC$

M mij (AB), P mij (BC) $\Big\} \Rightarrow MP$ - l.m $\Rightarrow MP = \frac{AC}{2} \Big| \Rightarrow MP = AN = NC$ (1)

M mij $(AB \Rightarrow AM = MB$

N mij (AC), P mij (BC) $\Big| \Rightarrow NP$ - l.m $\Rightarrow NP = \frac{AB}{2} \Big| \Rightarrow$

NOTĂ. Timp de lucru: 50 de minute. Se acordă 1 punct din oficiu.

$| \Rightarrow NP = AM = MB$ (2)

Din (1), (2) $\cancel{AM \perp NP}$

$AM \perp NP$

$AN \perp MP$ $\Big| \Rightarrow$ AMPN paralelog.

MN, AP diag

$MN \cap AP = \{R\}$ $\Big| \Rightarrow AR = RP$

P

Fișă pentru portofoliul individual

A2

Numele și prenumele: Mohammadi Isabel

Clasa a VII-a: A

Tema I.2. Reguli de calcul cu radicali. Operații cu numere reale. Ordinea efectuării operațiilor. Media aritmetică ponderată. Media geometrică

(2p) 1. Completați spațiile punctate pentru a obține propoziții adevărate.

a. Rezultatul calculului $\sqrt{2}\cdot\sqrt{7}$ este $\sqrt{14}$......

b. Dintre numerele $a=2\sqrt{5}$ și $b=4\sqrt{2}$ este mai mare numărul b......

c. Media geometrică a numerelor $x=\sqrt{3}$ și $y=\sqrt{27}$ este $\sqrt{\sqrt{3}\cdot\sqrt{27}}=\sqrt{\sqrt{81}}=\sqrt{9}=3$

d. Rezultatul calculului $(\sqrt{3})^3\cdot\sqrt{147}$ este $\sqrt{27} : 7\sqrt{3} = 3\sqrt{3}\cdot 7\sqrt{3} = 21\sqrt{3}$

$27\cdot 3 = 81$

$147 \mid 7$, $21 \mid 7$, $3 \mid 3$, 1

$27 \mid 3$, $3 \mid 3$

$8 \mid 2$, $4 \mid 2$, $2 \mid 2$

(2p) 2. Pentru fiecare dintre enunțurile următoare, dacă enunțul este adevărat, încercuiți litera **A**. În caz contrar, încercuiți litera **F**.

a. Produsul oricăror două numere iraționale este irațional. **A** **F**

b. $\sqrt{3}+\sqrt{2}=\sqrt{5}$. **A** **F**

c. $\dfrac{6}{\sqrt{12}}=\sqrt{3}$. **A** **F**

d. Dacă $\sqrt{\overline{abc}}=31$, atunci $\sqrt{a+b+c}=4$. **A** **F**

(2p) 3. Uniți prin săgeți fiecare enunț din coloana **A** cu rezultatul corespunzător din coloana **B**.

A	B
a. Opusul lui $\dfrac{2}{\sqrt{2}}$ este	1. $-\sqrt{2}$
b. Cubul lui $\sqrt{2}$ este	2. $\sqrt{2}$
c. $\sqrt{18}+\sqrt{32}-3\sqrt{8}+2\sqrt{2}$ este egal cu	3. $2\sqrt{2}$
d. $\lvert\sqrt{5}-2\sqrt{2}\rvert+\lvert\sqrt{5}-\sqrt{2}\rvert$ este egal cu	4. $-2\sqrt{2}$
	5. $3\sqrt{2}$

$3\sqrt{2}+4\sqrt{2}-6\sqrt{2}+2\sqrt{2}$

$18 \mid 2$, $9 \mid 3$, $3 \mid 3$, 1

$32 \mid 2$, $16 \mid 2$, $8 \mid 2$, $4 \mid 2$, $2 \mid 2$, 1

La problemele 4 și 5 scrieți pe fișa de evaluare rezolvările complete.

(2p) **4.** Calculați media geometrică a numerelor a și b:

$a = \sqrt{12} - 2\sqrt{27} + 5\sqrt{3} + \sqrt{48} + 2\sqrt{75}$,

$b = \sqrt{(5-\sqrt{3})^2} - \sqrt{(2\sqrt{3}-3\sqrt{2})^2} - \sqrt{(5-3\sqrt{2})^2} + \sqrt{7^2-1^2}$.

$a = 2\sqrt{3} - 2\cdot 3\sqrt{3} + 5\sqrt{3} + 4\sqrt{3} + 10\sqrt{3}$

$a = 2\sqrt{3} - 6\sqrt{3} + 9\sqrt{3} + 10\sqrt{3}$

$a = -4\sqrt{3} + 19\sqrt{3} \Rightarrow a = 15\sqrt{3}$

$b = \sqrt{25 - 2\cdot 5\cdot\sqrt{3} + 3} - \sqrt{12 - 2\cdot 2\sqrt{3}\cdot 3\sqrt{2} + 98} - \sqrt{25 - 2\cdot 5\cdot 3\sqrt{2} + 18} + \sqrt{49 - 2\cdot 7\cdot 1 + 1}$

$b = \sqrt{25 - 10\sqrt{3} + 3} - \sqrt{12 - 4\sqrt{3}\cdot 3\sqrt{2} + 18} - \sqrt{25 - 30\sqrt{2} + 18} + \sqrt{49 - 14 + 1}$; $b = 5 - 10\sqrt{3} + 3 - (-2\sqrt{3})\cdot 3\sqrt{2} + 18 - 5 - 30\sqrt{2} + 18 + 7 + 15$; $b = 8 - 10\sqrt{3} + 12\sqrt{6} + 18\,3\sqrt{2} - 5 - 30\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + (-8)$; $b = 8 - 10\sqrt{6} + 12\sqrt{6} + 3\sqrt{6} - 5 - 60 + 3\sqrt{2} + (-8)$

$b = 8 - 57 - 25\sqrt{6} + 3\sqrt{6} - 8 = -65 - 28\sqrt{6}$

(1p) **5.** Arătați că numărul x este un număr întreg, unde:

$x = \sqrt{3}\cdot\left(\frac{\sqrt{6}}{3\sqrt{2}} + \frac{25}{2\sqrt{75}}\right) - \left(\frac{12}{5\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) : \frac{\sqrt{27}}{27} - \left(\frac{\sqrt{48}}{5} + 2\sqrt{3}\right)\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}$.

$x = \sqrt{3}\cdot\left(\frac{\sqrt{12}}{3\cdot 2} + \frac{25\sqrt{3}}{10\sqrt{3}}\right) - \left(\frac{12\sqrt{3}}{15} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)\cdot\frac{27}{3\sqrt{3}} - \left(\frac{4\sqrt{3}}{5} + \frac{2\sqrt{3}}{1}\right)\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}$

$x = \sqrt{3}\cdot\left(\frac{\sqrt{12}}{6} + \frac{25\sqrt{3}}{30}\right) - \left(\frac{24\sqrt{3}}{30} - \frac{15\sqrt{3}}{30}\right)\cdot\frac{27\sqrt{3}}{9} - \left(\frac{4\sqrt{3}}{5} + \frac{10\sqrt{3}}{5}\right)\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}$

$x = \sqrt{3}\cdot\left(\frac{2\sqrt{3}}{6} + \frac{3\sqrt{3}}{6}\right) - \frac{9\sqrt{3}}{30}\cdot\frac{3\sqrt{3}}{1} - \left(-\frac{6\sqrt{3}}{5}\right)\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}$

$x = \sqrt{3}\cdot\frac{5\sqrt{3}}{6} - \frac{27\sqrt{3}}{30} + \frac{6\sqrt{3}}{5}\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}$

$x = 3\cdot\frac{5\sqrt{3}}{6} - \frac{9\sqrt{3}}{10} + \frac{18}{15}$ $\quad x = \frac{75\sqrt{3}}{10} - \frac{9\sqrt{3}}{10} + \frac{18}{15}$ $\quad x = \frac{64\sqrt{3} + 18}{15}$

$x = \frac{3\cdot 5\sqrt{3}}{2} - \frac{9\sqrt{3}}{10} + \frac{18}{15}$, $x = \frac{15\sqrt{3}}{2} - \frac{9\sqrt{3}}{10} + \frac{18}{15}$

NOTĂ. Timp de lucru: 50 de minute. Se acordă 1 punct din oficiu.

P Fișă pentru portofoliul individual

Numele și prenumele: Mohammadi Isabel

Clasa a VII-a: A

A1

Tema I.1. Mulțimea numerelor reale. Modulul unui număr real. Compararea numerelor reale

(2p) 1. Completați spațiile punctate pentru a obține propoziții adevărate.

a. Rădăcina pătrată a lui 36 este . . 6. . . . . .

b. Un exemplu de număr irațional cuprins între 1 și 2 este numărul . . $\sqrt{2}$. . . . .

c. Cel mai mare număr natural de două cifre pătrat perfect este . . . .

d. Dacă $\sqrt{x}=0,(6)$, atunci $\sqrt{9x}$ este egal cu . . . . $\sqrt{x}=\frac{\cancel{6}\,2}{\cancel{9}\,3}$ $\sqrt{9x}=\frac{2}{3}\cdot\frac{9}{1}=\frac{18}{3}=6$

(2p) 2. Pentru fiecare dintre enunțurile următoare, dacă enunțul este adevărat, încercuiți litera **A**. În caz contrar încercuiți litera **F**.

a. Orice număr rațional este număr real. A F

b. $\sqrt{16}=\pm 4$. A F

c. $\sqrt{15}<4$. A F

d. $\sqrt{12,25}>3,49$. A F

(2p) 3. Uniți prin săgeți fiecare enunț din coloana **A** cu rezultatul corespunzător din coloana **B**.

A	B
a. Pătratul lui 25 este	1. 3
b. $\sqrt{\frac{144}{49}}$ este $\frac{12}{7}$	2. 5
c. Cel mai mic număr natural mai mare decât $\sqrt{8}$ este	3. 4
d. $\lvert\sqrt{3}-2\rvert+\lvert\sqrt{3}+2\rvert$ este egal cu	4. $\frac{12}{7}$
	5. 625

La problemele 4 și 5 scrieți pe fișa de evaluare rezolvările complete.

(2p) 4. Se consideră mulțimea $A = \left\{-4; -2,6; 3; \frac{2}{5}; \sqrt{5}; 3,(25); \sqrt{5,(4)}; 6\frac{2}{7}; \sqrt{45}\right\}$.

Determinați mulțimile: $A \cap \mathbb{N}$, $A \cap \mathbb{Z}$, $A \cap \mathbb{Q}$, $A \cap (\mathbb{Z} - \mathbb{N})$, $A \cap (\mathbb{R} - \mathbb{Q})$, $A \setminus \mathbb{Q}$.

$A \cap N = \{6, 3; 6\frac{2}{7}\}$

$A \cap \mathbb{Z} = \{-4; -2; 6; 3; 6\frac{2}{7}\}$

$A \cap Q = \{\frac{2}{5}, 3(25); -4, -2, 6, 3, 6\frac{2}{7}\}$

$A \cap (Z - N) = \{-4, -2\}$

$A \cap (R - Q) = \{\sqrt{5}; \sqrt{5(4)}, \sqrt{45}\}$

$A \setminus Q = \{\sqrt{5}, \sqrt{5(4)}, \sqrt{45}\}$

$405 \cdot 5 = 2025$

$162 + 162 = 324$

$2025 \mid 5$; $405 \mid 5$; $81 \mid 3$; $9 \mid 3$; 1

$3^4 \cdot 5$

45

$27 \cdot 3 = 81$

$2025 : 81$; 162; $= 405$

(1p) 5. Arătați că n este un număr natural pătrat perfect, unde

$n = \sqrt{3 \cdot 5,(3)} + \sqrt{0,36} - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{36}{25}} + \sqrt{2025} : \sqrt{81}$.

$n = \sqrt{\cancel{3} \cdot \frac{48}{\cancel{90}}} + \sqrt{\frac{36}{100}} - \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{5} + \cancel{5\sqrt{25}}$ $81 \cdot 5 : 9$

$n = \sqrt{\cancel{3} \cdot \frac{4\sqrt{3}}{\cancel{3}\sqrt{10}}} + \frac{6}{10} - \frac{6}{10} + 45$

$n = \sqrt{\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{10}}} + 45$

$n = \sqrt{\frac{4 \cdot 9}{100}} + 45$

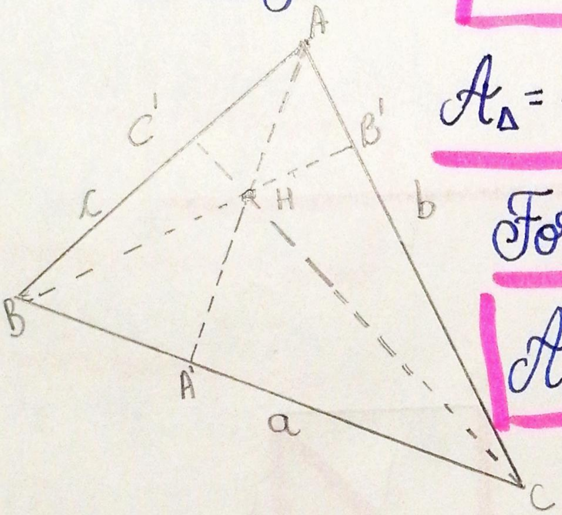
$n = \sqrt{\frac{36}{100}} + 45$

$n = \frac{6}{10} + \frac{45}{1} = \frac{456}{10} = 45,6$

NOTĂ. Timp de lucru: 50 de minute. Se acordă 1 punct din oficiu.

Arii și perimetre

- **Triunghiul:** $A_\Delta = \frac{b \cdot h}{2}$; $P = a+b+c$



$$A_\Delta = \frac{BC \cdot AA'}{2} = \frac{AC \cdot BB'}{2} = \frac{AB \cdot CC'}{2}$$

Formula lui Heron:

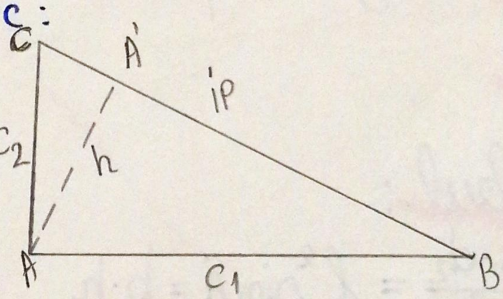
$$A_\Delta = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$p = \frac{a+b+c}{2} \text{ (semiperimetru)}$$

- **Triunghiul dreptunghic:**

$$A_{\Delta dr} = \frac{c_1 \cdot c_2}{2} = \frac{ip \cdot h}{2}$$

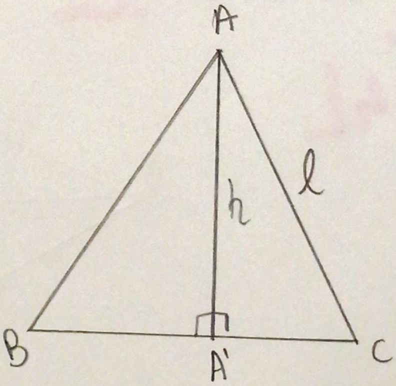
$$h_{ip} = \frac{c_1 \cdot c_2}{ip}$$



- **Triunghiul echilateral:**

$$A_{\Delta ech} = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$$

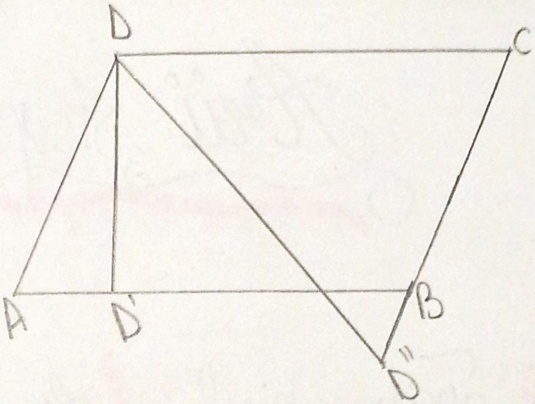
$$h_{\Delta ech} = \frac{l\sqrt{3}}{2}$$



Paralelogramul

$\mathcal{A}_{▱} = b \cdot h = AB \cdot AD \cdot \sin \hat{A}$

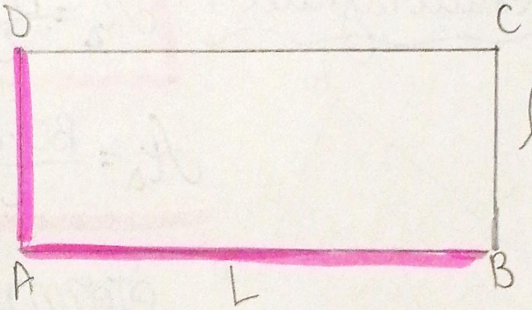
$\mathcal{P} = 2AB + 2BC$



Dreptunghiul:

$\mathcal{A}_{\square} = b \cdot h = L \cdot l$

$\mathcal{P} = 2L + 2l$

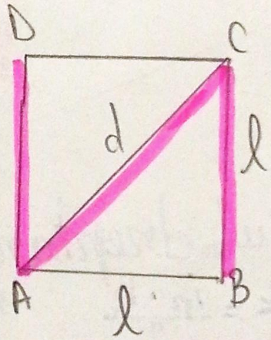


Pătratul:

$\mathcal{A}_{\square} = l^2$

$d = l\sqrt{2}$ (diagonala pătr.)

$\mathcal{P} = 4 \cdot l$

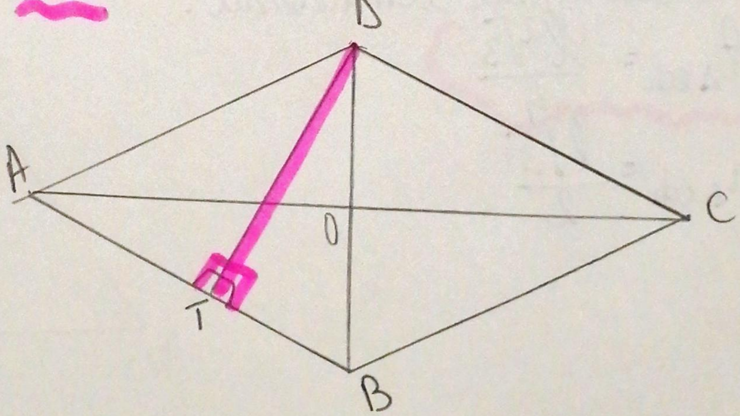


Rombul:

$\mathcal{A}_{\diamond} = \frac{d_1 \cdot d_2}{2} = l^2 \sin \hat{A} = b \cdot h$

$\mathcal{P} = 4 \cdot AD = 4L$

$DT = h$



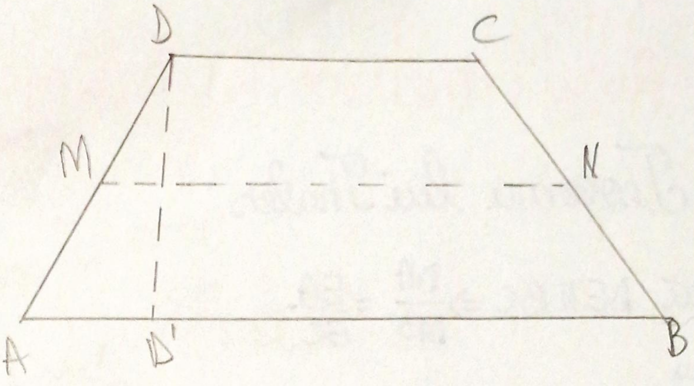
• Trapezul

$$\mathcal{A}_{\triangle} = \frac{(B+b)\cdot h}{2}$$

MN linia mijlocie

$$\mathcal{A}_{\triangle} = MN \cdot h$$

$$P = AB + BC + CD + AD$$

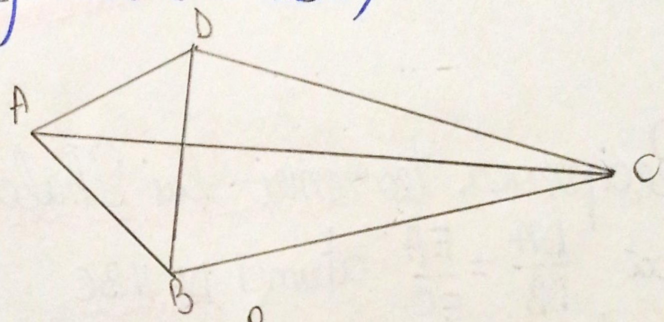


Patrulater ortodiagonal ($AC \perp BD$)

$$\mathcal{A}_{patr\ ort} = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$$

$$P = AB + BC + CD + AD$$

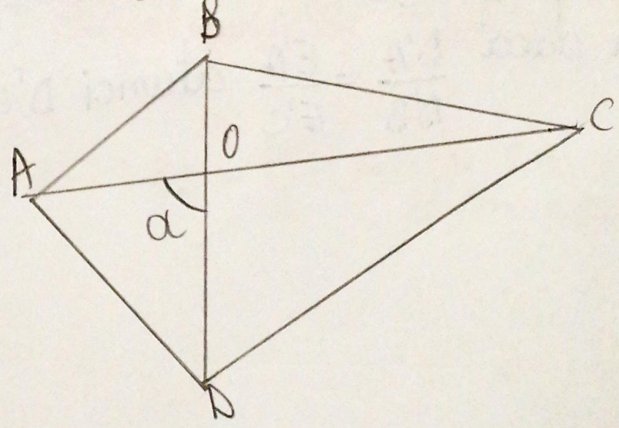
d_1, d_2 diagonalele.



Patrulater convexe

$$\mathcal{A}_{patr\ con} = \frac{d_1 \cdot d_2 \sin\alpha}{2}$$

$$\alpha = m(d_1, d_2)$$



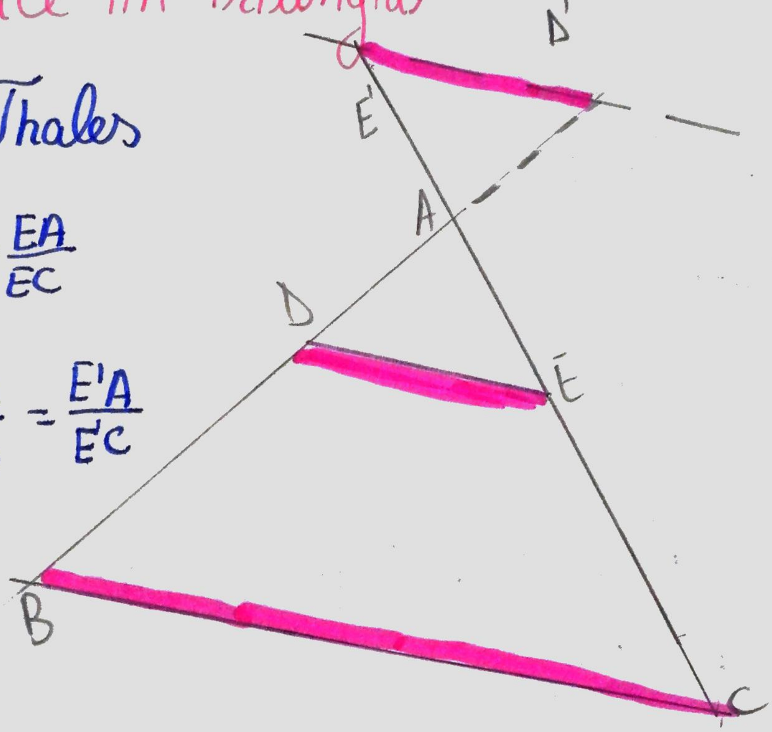
Relații metrice în triunghi

* Teorema lui Thales

dacă $DE \parallel BC \Rightarrow \frac{DA}{DB} = \frac{EA}{EC}$

sau

dacă $D'E' \parallel BC \Rightarrow \frac{D'A}{D'B} = \frac{E'A}{E'C}$

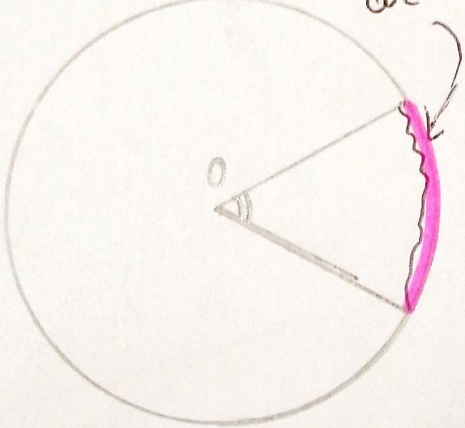


Reciproca teoremei lui Thales

dacă $\frac{DA}{DB} = \frac{EA}{EC}$ atunci $DE \parallel BC$

sau dacă $\frac{D'A}{D'B} = \frac{E'A}{E'C}$ atunci $D'E' \parallel BC$

Cercul

1. 

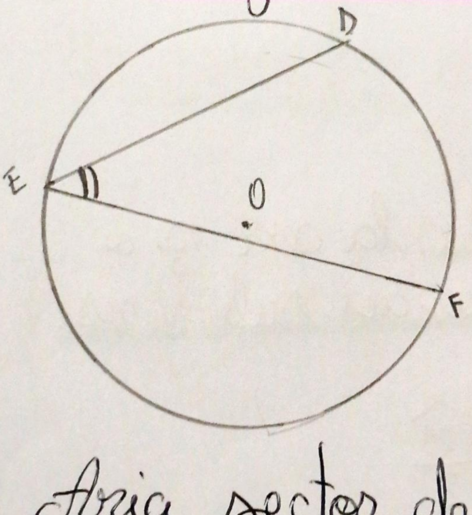
$\mathcal{C}(O,R)$

R = raza cercului

$\sphericalangle AOB = \widehat{AB}$ (unghi la centru)

! Unghiul cu vârful în centru cercului este egal cu arcul de cerc aflat în fața sa.

2. Unghiul înscris în cerc (cu vârful pe cerc este jumătate din arcul aflat în fața sa.

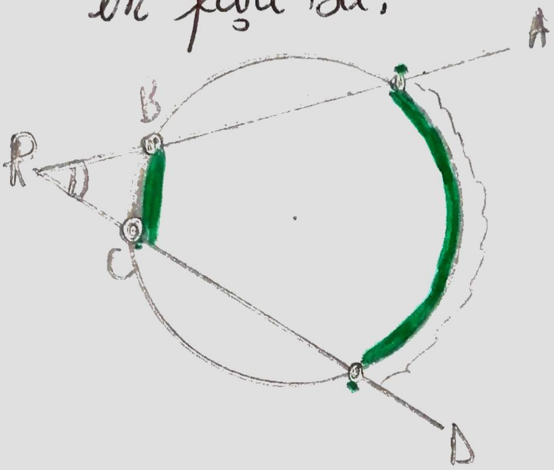


$\sphericalangle DEF = \sphericalangle E = \frac{DF}{2}$ (unghi înscris în cerc)

Aria sector de cerc $= \frac{\pi \cdot R^2 \cdot u^\circ}{360^\circ}$

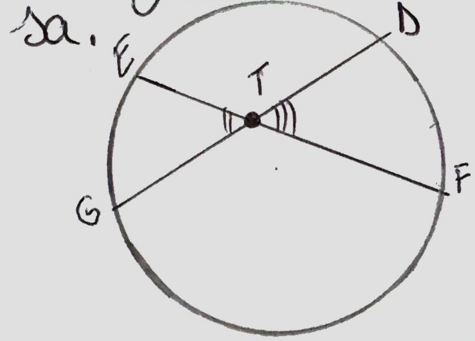
Lungimea arc de cerc $\Rightarrow \frac{2\pi \cdot R \cdot u^\circ}{360}$

3. ! Unghiul cu vârful în exteriorul cercului este jumătate din diferența arcelor aflate în fața sa.



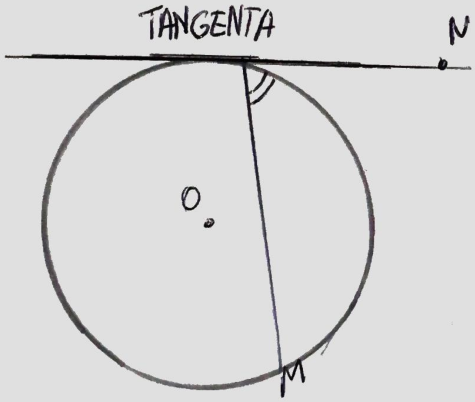
$$\sphericalangle P = \frac{\overset{\frown}{AD} - \overset{\frown}{BC}}{2}$$!

4. ! Unghiul cu vârful în interiorul cercului este jumătate din suma arcelor aflate în fața sa.



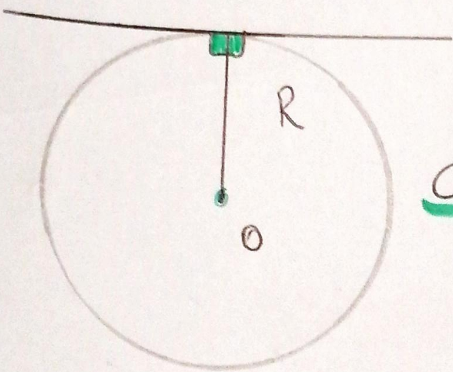
$$\sphericalangle T = \frac{\overset{\frown}{DF} + \overset{\frown}{EG}}{2}$$!

5. ! Unghiul dintre tangenta la cerc și o coardă este jumătate din arcul subîntins.

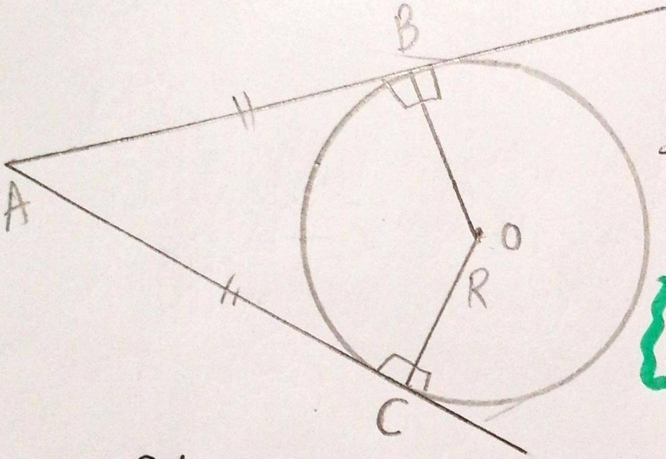


$$\sphericalangle T = \frac{\overset{\frown}{TM}}{2}$$

6. Tangenta la cerc este dreapta care atinge cercul într-un singur punct.



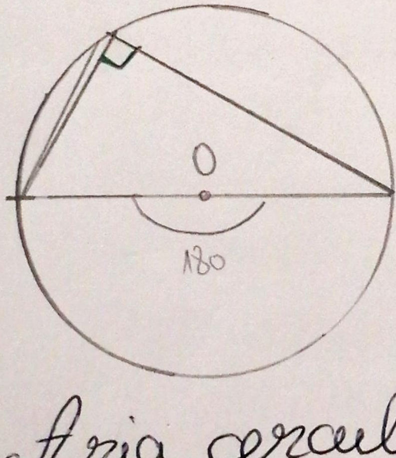
Tangenta la cerc perpendiculară pe rază (90°)



Tangentele construite la un cerc din același punct exterior sunt congruente. $AB \equiv AC$

$$\text{Raza} = \frac{\text{diametru}}{2}$$

Un semicerc are 180°.



Unghiul care se sprijină pe un diametru are 90°.

$$\sphericalangle C = \frac{\overset{\frown}{AB}}{2} = \frac{180°}{2} = 90°$$

(orice punct ar permanent 90°)!

$$\boxed{\pi = 3{,}14}$$

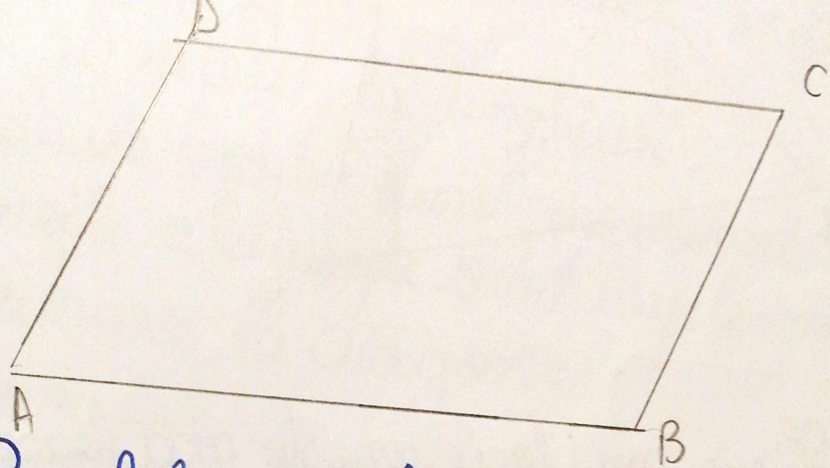
Aria cercului $= \pi \cdot R^2$

Lungimea cercului $= 2\pi \cdot R$

Geometrie: Paralelogramul

Suma unghiurilor unui patrulater convex este 360°.

Paralelogramul:



Def: Paralelogramul este patrulaterul cu laturile opuse paralele două câte două. $AB \parallel CD$ și $AD \parallel BC$

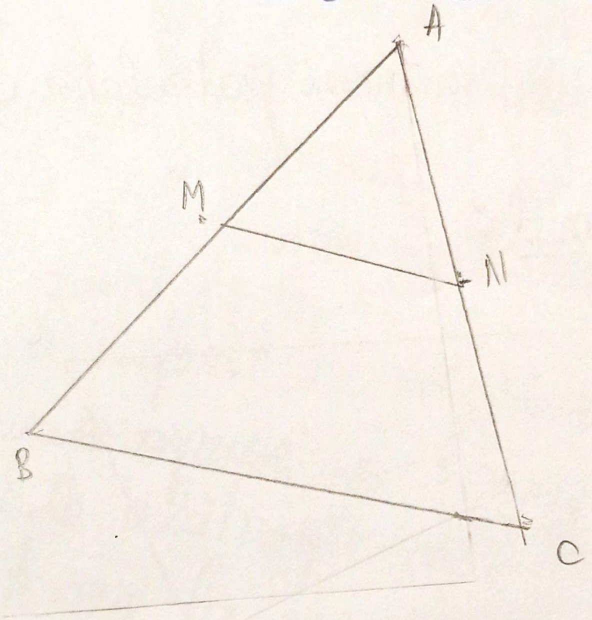
Proprietăți:

1. Paralelogramul are laturile opuse congruente două câte două $AB \equiv CD$ și $AD \equiv BC$.
2. Paralelogramul are 2 laturi opuse paralele și congruente. $AB \parallel CD$ și $AB \equiv CD$.
3. Paralelogramul are unghiurile opuse congruente două câte două.

$\sphericalangle A \equiv \sphericalangle C \equiv \sphericalangle$ și $\sphericalangle B \equiv \sphericalangle D$

4. Paralelogramul are unghiurile alăturate suplementare (180°) două câte două.
5. Paralelogramul are diagonalele înjumătățite

Linia mijlocie în triunghi



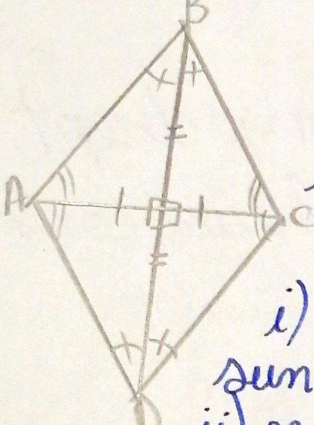
Def: Linia mijlocie unește mijloacele a două laturi ale unui Δ.

M mij AB
N mij AC $\Rightarrow$ MN linie mij ΔABC

Propietăți: 1. - Este paralelă cu baza.
2. Linia mijlocie este jumătate din bază.

Teoremă: O paralelă dusă prin mijlocul unei laturi la bază trece și prin mijlocul celeilalte laturi.

Rombul



DEF: Este paralelogramul cu două laturi consecutive congruente.

Proprietăți:

i) referitor la laturi: toate laturile sunt egale

ii) referit la unghiuri:

a) unghiurile opuse sunt congruente

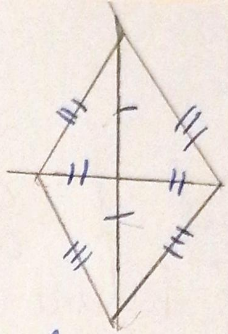
b) unghiurile alăturate sunt suplementare

iii) referitoare la diagonale:

1 Diagonalele se înjumătățesc

2. Diagonalele sunt perpendiculare în punctul lor de intersecție.

3. Diagonalele sunt bisectoare pentru unghiuri.



1 Rombul

→ Este paralelogramul cu 2 laturi consecutive egale.

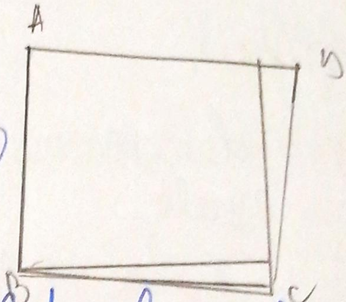
Proprietăți: 1. Are toate laturile congruente.
2. Diagonalele se înjumătățesc.
3. Diagonalele sunt perpendiculare.
4. Diagonalele sunt bisectoarele ∢-lor din vârful rombului.

Def!: Înălțimea unui romb este distanța dintre două laturi opuse ale rombului.

Def: Înălțimea este perpendiculara dintr-un vârf pe laturile opuse.

Pot fi 8 înălțimi Perimetrul rombului = 4l

Pătratul



Def: ! - Este dreptunghiul cu 2 laturi consecutive egale.

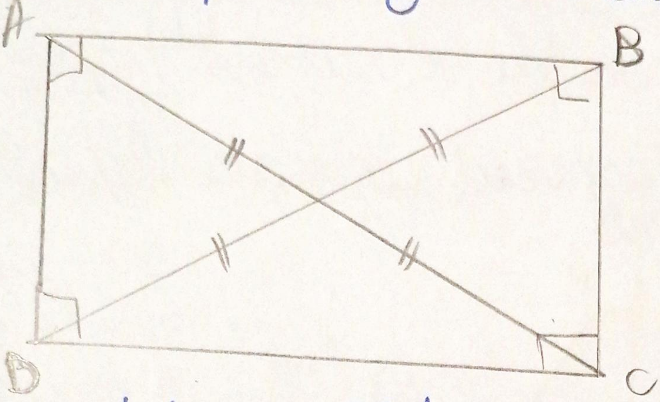
Prop: - pătratul are toate laturile egale și toate unghiurile.

2. Diagonalele pătratului sunt: congruente
înjumătățite
perpendiculare
bisectoare
unghiurilor de la vârf

3. Pătratul este rombul cu un ∢ de 90°.

① Dreptunghiul:

Def: Este paralelogramul cu un $\sphericalangle$ de 90°.



Proprietăți: 1. Laturile opuse sunt paralele două câte două $AB \parallel CD$ și $AD \parallel BC$

2. Laturile opuse sunt congruente două câte două $AB \equiv CD$ și $AD \equiv BC$.

3. $\sphericalangle$ laturile sunt congruente și paralele două câte două.

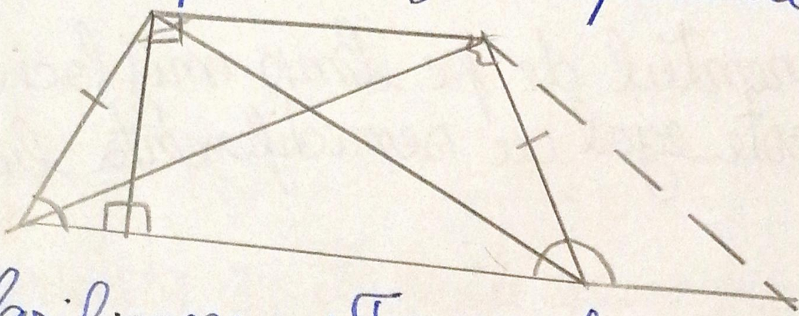
4. Toate $\sphericalangle$-le au fiecare 90°.

5. Diagonalele se înjumătățesc și sunt congruente.

! • Un triunghi în care înălțimea este și mediana este triunghi isoscel.

Trapezul

→ Se numește trapez patrulaterul convex cu 2 laturi paralele și 2 neparalele



Clasificare: 1 Trapezul oarecare - trapezul cu laturile neparalele cu lungimi diferite.
2. Trapezul isoscel - este trapezul cu laturile neparalele egale.
Proprietăți:
i) Într-un trapez isoscel ∡-le alăturate unei baze sunt congruente, iar cele alăturate laturilor neparalele sunt suplementare.
ii) Într-un trapez isoscel, diagonalele sunt congruente.
3. Trapezul dreptunghic - trapezul la care una din laturile neparalele este perpendiculară pe baze. Este trapezul cu un ∡ drept.

• Linia mijlocie în trapez => Segmentul care unește mijloacele laturilor neparalele.

T: Într-un trapez linia mijlocie este paralelă cu bazele și este egală cu jumătate din suma bazelor

Obs! Segmentul de pe linia mijlocie dintre diagonale este egal cu semidiferența bazelor.

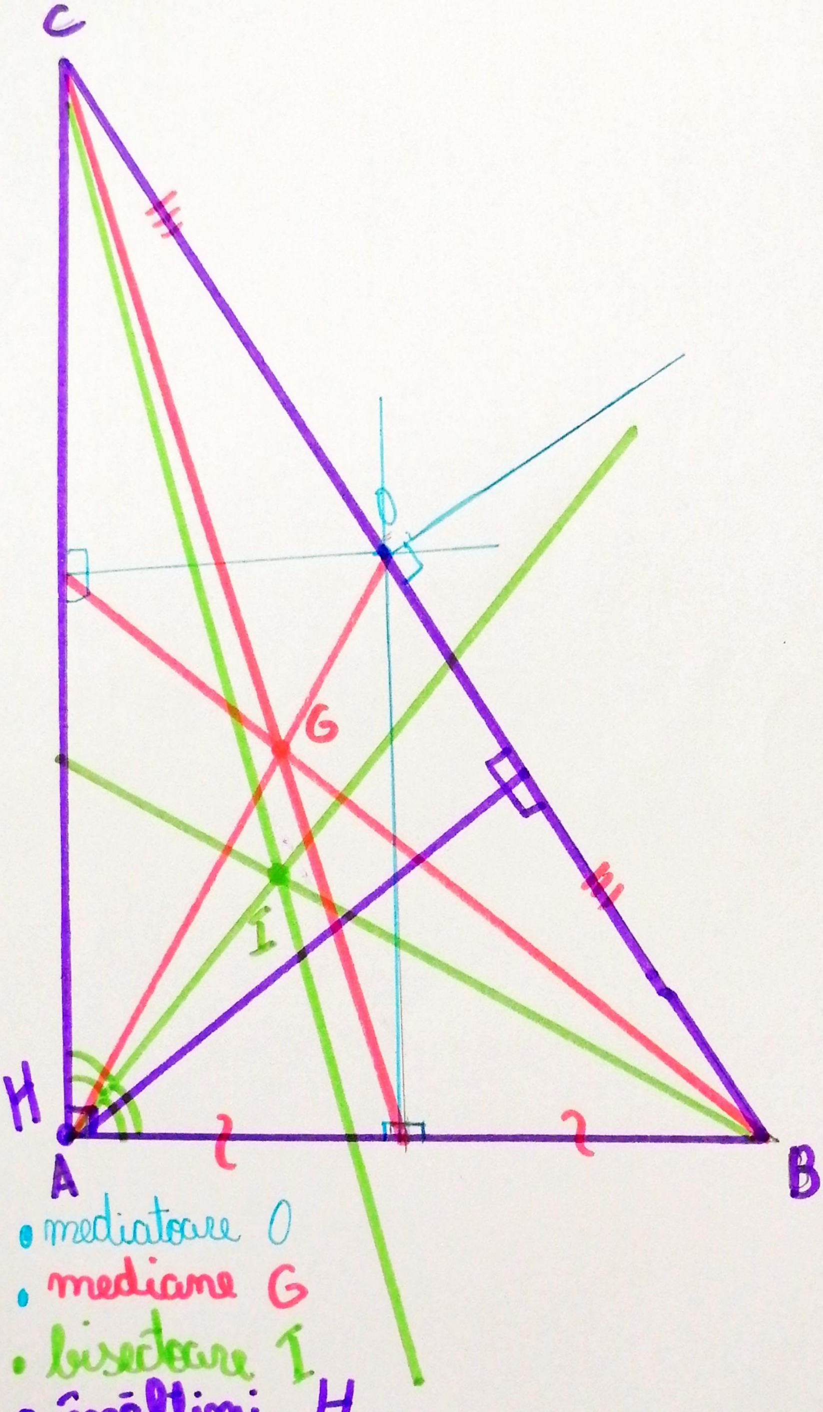
• Linia mijlocie în trapez → Segmentul care unește mijloacele laturilor neparalele.

T: Într-un trapez linia mijlocie este paralelă cu bazele și este egală cu jumătate din suma bazelor.

Obs! Segmentul de pe linia mijlocie dintre diagonalele este egal cu semidiferența bazelor.

Mohammadi Isabel

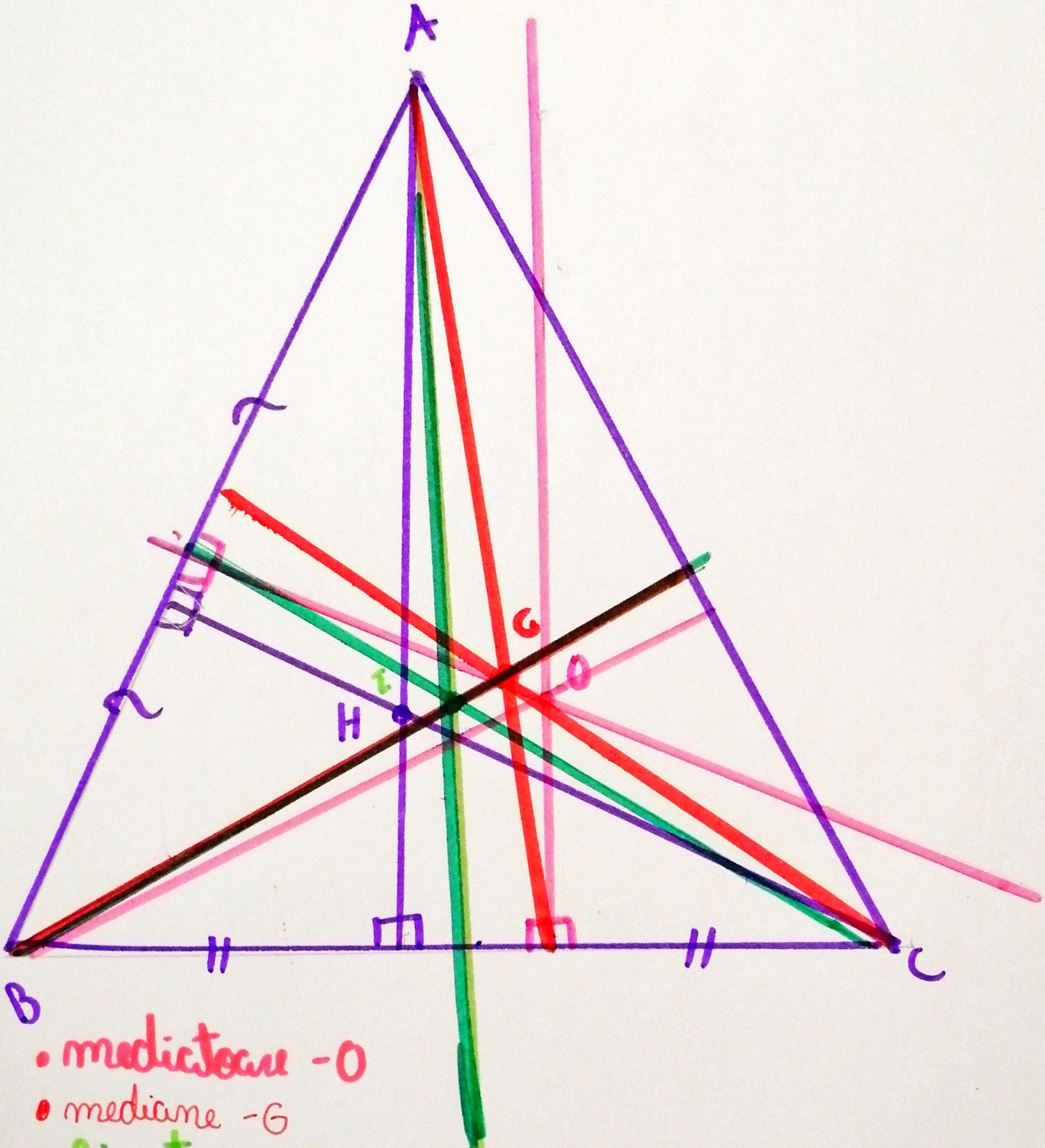
Linii importante în triunghiul dreptunghic



- mediatoare O
- mediane G
- bisectoare I
- înălțimi H

Mohammadi Isabel

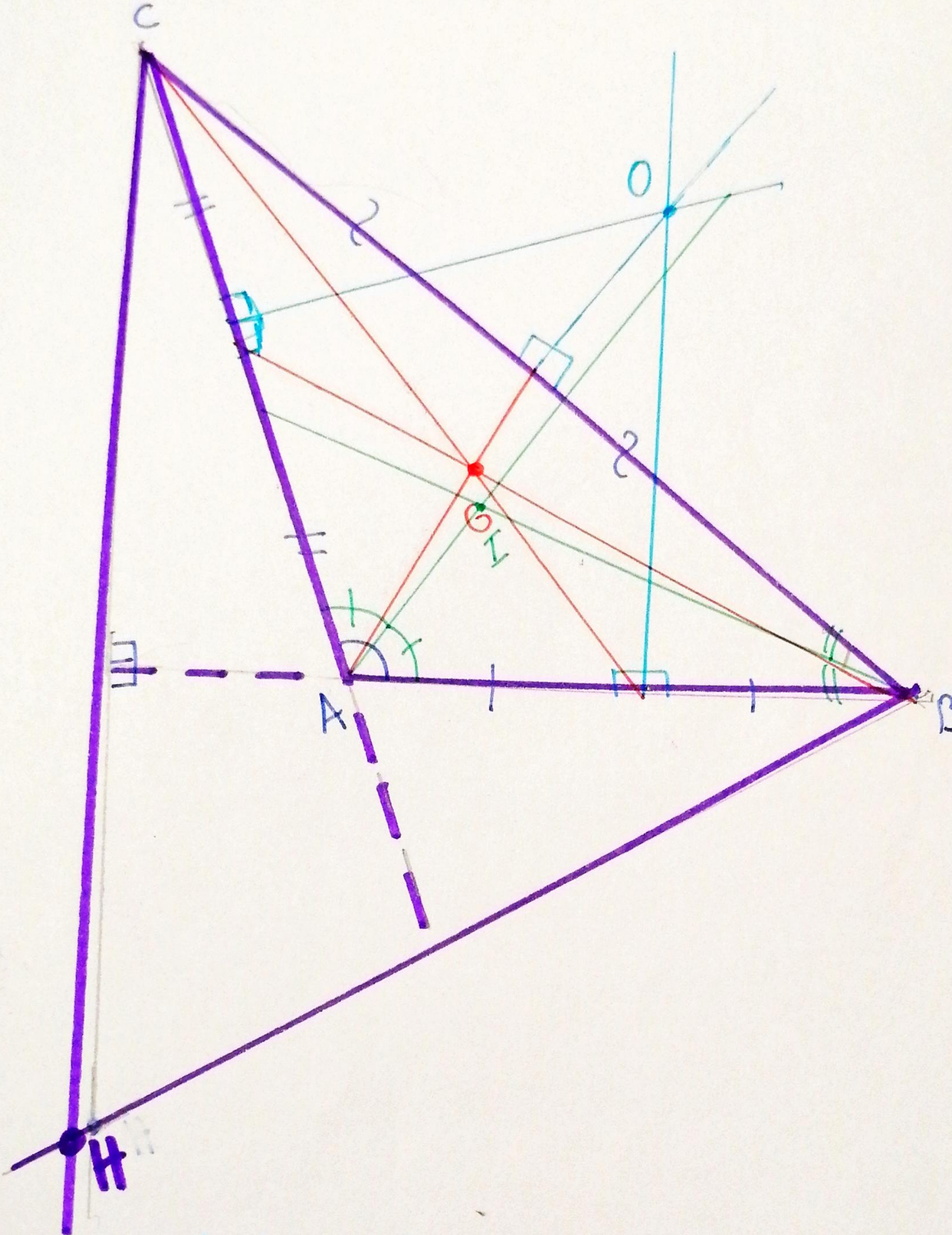
Linii importante în Δ ascuțitunghic



- mediatoare - O
- mediane - G
- bisectoare I
- înălțimi - H

Mohammadi Isabel

Linii importante în △ obtuzunghic



- mediatoare O
- mediane G
- bisectoare I
- înălțimi H

Mohammadi Isabel

Linii importante în Δ

① Mediatoarea în Δ corespunzătoare laturii este perpendiculara pe latură în mijlocul acesteia.

Într-un Δ. mediatoarele laturilor se intersectează într-un punct $\boxed{O}$ numit centrul cercului circumscris în Δ.

- **Obs! (Prop. lui O) Într-un Δ, O este egal depărtat de vârfurile Δ-lui**
- Raza este distanța de la centru O la vârfuri.
- Raza cercului circumscris este jumătatea ipotenuzei.

1. Într-un Δ dreptunghic O se află în mijlocul ipotenuzei.
2. Raza cercului circumscris Δ. dreptunghic și mediana corespunzătoare ipotenuzei sunt egale cu jumătatea din ipotenuză!

Înălțimea în Δ coresp. laturii

Def: Înălțimea unui Δ. corespunzatoare laturii este perpendiculara dusă din vârf pe latură.

!!! Ortocentru este punctul de intersecție a înălțimilor în Δ.

Pozițiile lui H

- se află în int Δ ascuțitunghic
- în cazul Δ dreptunghic, H se află în vârful drept.
- în cazul Δ obtuzunghic, H se află în ext Δ

4) Mediană în Δ coresp. lat. este seg care unește vârful cu mij lat opuse.

(Prop lui G) Într-un Δ G se află la o treime și la 2 treimi față de vârf din mediana considerată.

Obs! Într-un Δ mediana el împarte în 2 Δ echivalente.

(Prop Medianei în Δ)

② Bisectoarea în Δ corespunzătoare ∡-lui

• Bisectoarea în Δ este semidreapta interioară ∡-lui care împarte ∡ în două ∡ congruente.

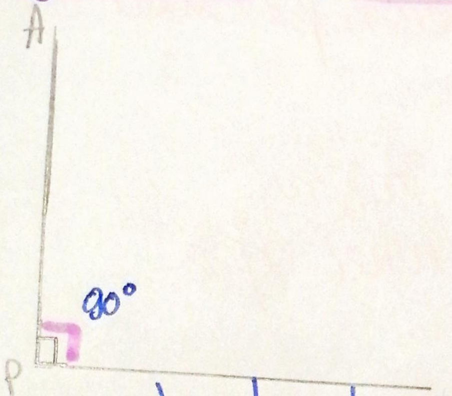
Obs! Într-un Δ bisectoarele ∡-lor sunt congruente într-un punct I numit centrul cercului înscris în Δ.

Obs! (Prop lui I) Într-un Δ (i) se află la distanțe egală de laturile Δ-lui.

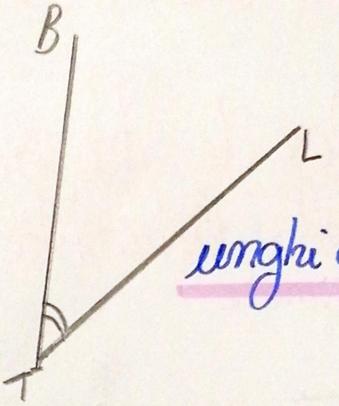
Aria$_\Delta$ = semiprodusul dintre latură și înălțimea corespunzătoare ei.

Unghiul

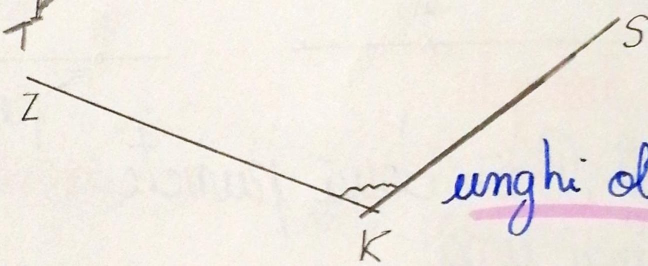
Def: Este figura formată din două semidrepte care au aceași origine. Unități de măsură: gradul (°); minutul ('); secunda (").



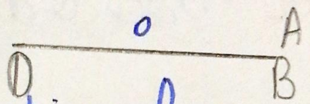
unghi drept



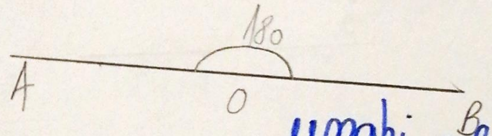
unghi ascuțit



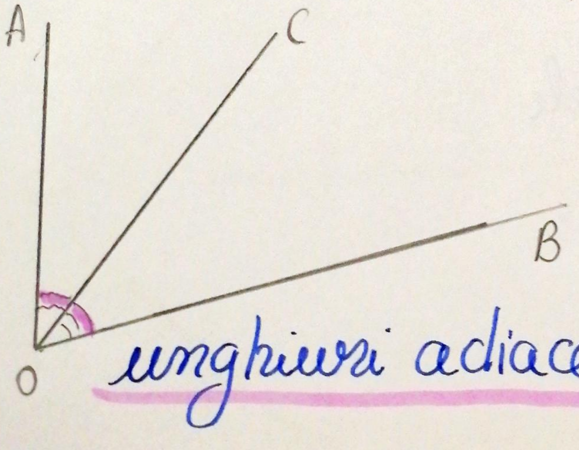
unghi obtuz



unghi nul



unghi alungit



unghiuri adiacente

Unghiuri adiacente

Def!: Se numesc unghiuri adiacente două unghiuri care au:

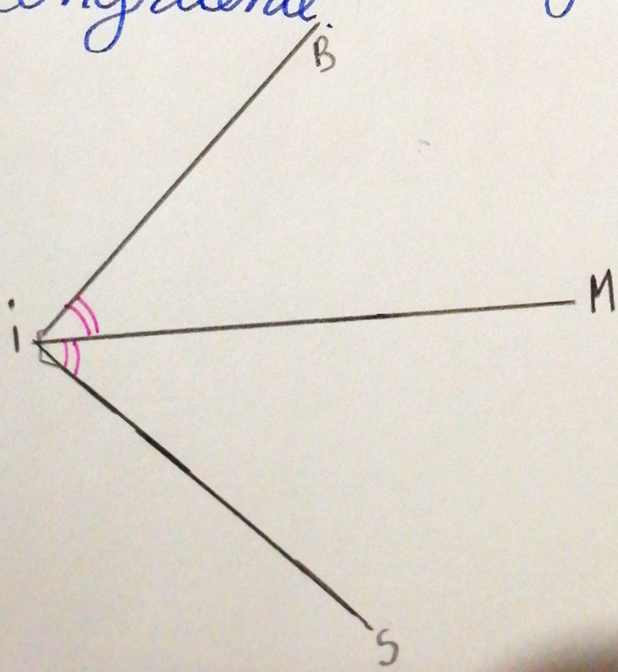
1- vârf comun

2.- o latura comună

3. celelalte două laturi ~~două~~ de o parte a laturi comune și de cealaltă parte

Bisectoarea unui ∡

Def!: Semidreapta interioară ∡-lui care împarte ~~uno~~ un unghi în două unghiuri congruente



$\widehat{BiM} \equiv \widehat{SiM}$

Unghiuri adiacente

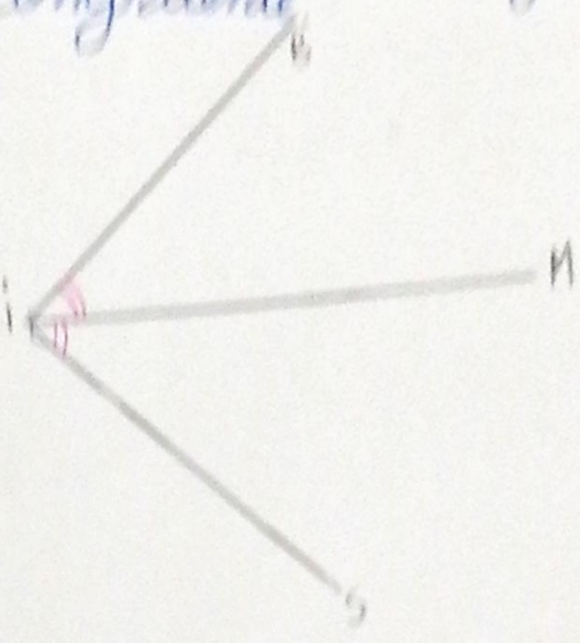
Def 1: Se numesc unghiuri adiacente două unghiuri care au:

1. vârf comun
2. o latură comună
3. celelalte două laturi de o parte
a laturii comune și de cealaltă parte.

Bisectoarea unui ∢

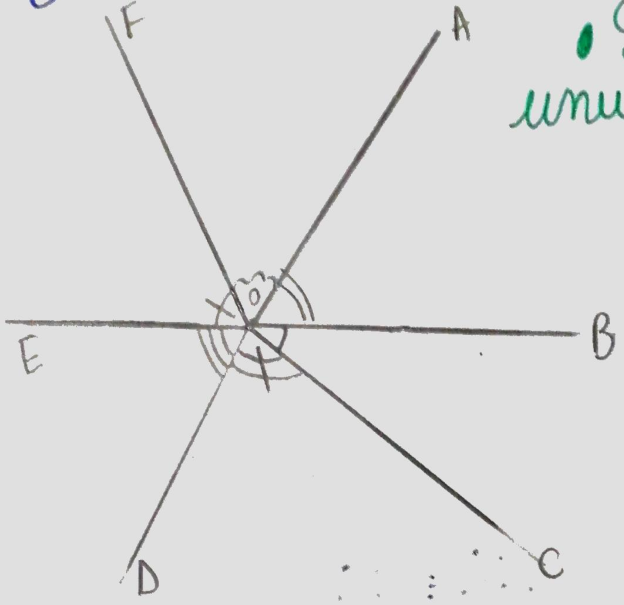
Def 1: Semidreapta interioară ∢ lui care împarte ~~unu~~ un unghi în două unghiuri congruente

$\widehat{BIM} \equiv \widehat{SIM}$



Unghiuri în jurul unui punct

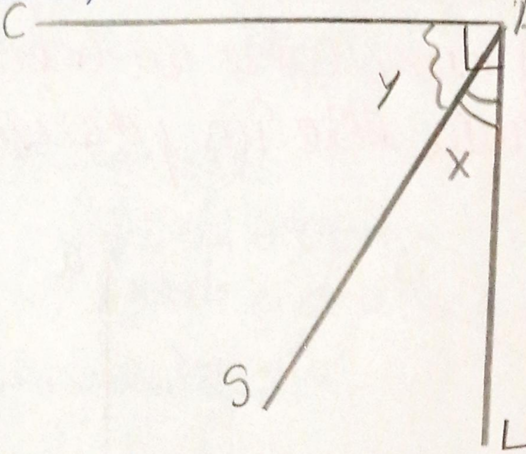
Def: Sunt 3 sau mai multe unghiuri care au: - același vârf
- oricare 2 ∢ - consecutive au interioare dijunctive (nu au punct comun)



• Suma ∢-lor în jurul unui punct este 360°.

Unghiuri complementare și unghiuri suplementare.

DEF: Două unghiuri se numesc unghiuri complementare, dacă suma lor este de 90°.



$x + y = 90$ | ⇒
⇒ unghi complementar

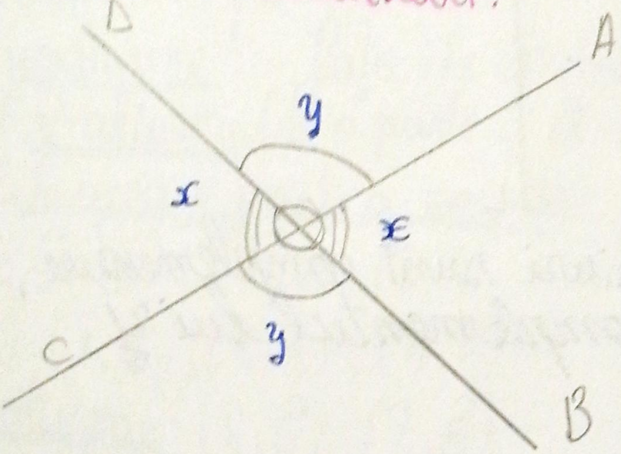
Obs! Dacă două unghiuri sunt complementare, atunci un unghi este complementul lui y

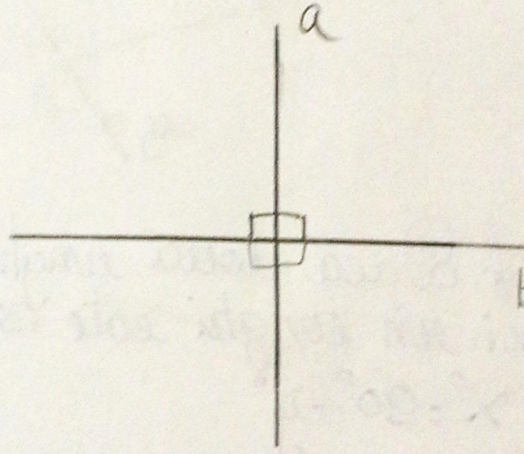
$x^\circ = 90^\circ - y^\circ$

Def! Două unghiuri se numesc suplementare, dacă suma lor este 180°.

Unghiuri opuse la vârf

Def!: Se numesc unghiuri opuse la vârf două unghiuri care au același vârf, iar laturifile unuia este în prelungirea laturilor celuilalt.





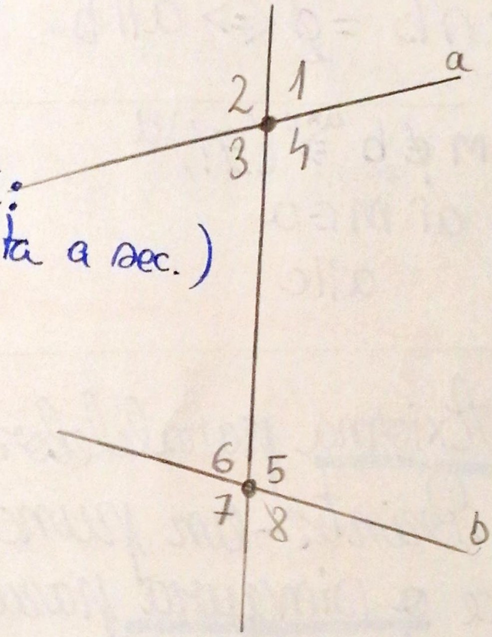
Obs! La intersecția a două drepte concurente apar 2 perechi de $\sphericalangle$-uri opuse la vârf.

Obs! Dacă la intersectia a două drepte concurente apare un unghi drept, atunci dreptele se numesc perpendiculare.

Paralelism

≡ Unghiuri formate de 2 drepte cu o secantă (va tăia cele două drepte)

Definim perechi de **unghiuri**: – față de secantă:



1 ∢ **alterne** (de o parte și de alta a sec.)

2 **de aceași parte a seantei**

1: $(\hat{2},\hat{5})$; $(\hat{1},\hat{7})$; $(\hat{3},\hat{5})$

2: $(\hat{1},\hat{5})$; $(\hat{4},\hat{8})$; $(\hat{4},\hat{5})$

- **interne**: $(\hat{4},\hat{6})$; $(\hat{3},\hat{5})$

și

- **externe**: $(\hat{1},7)$; $(\hat{2},\hat{8})$
- **corespondente** $(\hat{1},\hat{5})$ $(\hat{4},\hat{8})$ $(\hat{2},\hat{6})$ $(\hat{3},\hat{7})$

Unghiuri corespondente sunt ∢-ri de **aceași parte a secantei**, unul **intern** și unul **extern**.

Drepte paralele!

DEF: Două drepte se numesc paralele dacă nu se intersectează!

$a \cap b = \emptyset \Leftrightarrow a \parallel b$

$M \notin b \overset{\text{ax"}}{\Rightarrow} (\exists!)\, a$

aî $M \in a$

$a \parallel c$

Axioma paralelelor (lui Euclid)

- Printr-un punct exterior unei drepte, trece o singură paralelă la ea și numai una!

Numerele întregi

• Mulțimea numerelor întregi ($\mathbb{Z}$)

$\mathbb{Z} = \{ \dots, -n, \dots, -5, -4, -3, -1, 0, +1, +2, +3 \dots n \dots \}$

$\mathbb{Z}^*$ - mulțimea nr-lor întregi fără zero

$\mathbb{Z}_-$ întregi negative $\mathbb{Z}_+$ întregi pozitive

Modulul (valoarea absolută) = distanța de la originea axei la punctul ce reprezintă numărul respectiv pe axa numerelor.

$$\left.\begin{matrix} |-5| \\ |+5| \end{matrix}\right\} = 5$$

Înmulțirea semnelor:

$(+) \cdot (+) = +$

$(-) \cdot (-) = +$

$(+) \cdot (-) = -$

$(-) \cdot (+) = -$

dacă $a \geq 0$, $n \in \mathbb{N}^*$; $a^n \geq 0$

dacă $a < 0$, $n \in \mathbb{N}^*$; $a^n > 0$, dacă n par

$a^n < 0$, dacă n impar

$(-2)^2 = 4$

$-2^2 = 4$

$(-2)^4 = 16$

$(-2)^3 = -8$.

Mărimi direct proporționale (dp):

$\{x, y, z\}$ d.p $\{a, b, c\}$; $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} \Rightarrow K$

Mărimi invers proporționale (ip):

$\{x, y, z\}$ ip $\{a, b, c\} \Leftrightarrow$ dp $\{\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}\}$;

$\frac{x}{\frac{1}{a}} = \frac{y}{\frac{1}{b}} = \frac{z}{\frac{1}{c}} \Leftrightarrow x \cdot a = y \cdot b = z \cdot c$

Forme ale unui număr rațional

- $\frac{a}{b}$ fracție ordinară
- fracție zecimală
  - finită: 0,5 ; 1,75
  - infinită
    - periodică simplă: 0,(3)
    - periodică mixtă: 0,8(3)

Fracția ordinară $\frac{a}{b}$ se transformă în fracție zecimală prin împărțirea a la b.

• Transformări de fracții zecimale în fracții ordinare.

Fracții zecimale finite

$15,7 = \frac{157}{10}$ $\quad 0,021 = \frac{21}{1000}$

Fracții zecimale periodice mixte

$0,2(5) = \frac{25-2}{90} = \frac{23}{90}$;

$2,25(3) = 2\frac{253-25}{900} = 2\frac{228}{900}$;

Fracții zecimale periodice simple

$0,(7) = \frac{7}{9}$ $\quad 8,(23) = 8\frac{23}{99}$.

Operații cu numere zecimale

1. Adunarea și scăderea

$$\begin{array}{r} 12,703+ \\ 3,402 \\ \hline 16,105 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5,43- \\ 0,20 \\ \hline 5,23 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4,00- \\ 2,37 \\ \hline 1,63 \end{array}$$

Proprietățile relației de divizibilitate în $\mathbb{N}$

$1/a$

$a/0$

a/a

$\left.\begin{array}{l} a/b \text{ și} \\ b/a \end{array}\right| \Rightarrow a=b$

- a/b și $b/c \Rightarrow a/c$
- $\left.\begin{array}{l} a/b \text{ și} \\ a/c \end{array}\right| \Rightarrow a/b \pm c$
- $a/b = a/b \cdot K$
- $b/a,\ K \in D_b \Rightarrow K/a$

Def: Numerele compuse sunt numerele naturale care au cel puțin trei divizori.
Numerele prime sunt numerele naturale care au exact doi divizori.

Criterii de divizibilitate

$2/\overline{abc} \Leftrightarrow c \in \{0, 2, 4, 6, 8\}$

$3/\overline{abc} \Leftrightarrow 3/(a+b+c)$

$4/\overline{abc} \Leftrightarrow 4/\overline{bc}$

$5/\overline{abc} \Leftrightarrow c \in \{0, 5\}$

$9/\overline{abc} \Leftrightarrow 9/(a+b+c)$

$25/\overline{abc} \Leftrightarrow 25/\overline{bc} \Rightarrow \overline{bc} \in \{00, 25, 50, 75\}$

Descompunerea unui număr în factori primi reprezintă scrierea unui număr natural ca produs de numere prime.

EX:

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 4200 & 2^2 \cdot 5^2 \\ 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$12 = 2^2 \cdot 3$ $\qquad$ $4200 = 2^3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 5^2$

∘ Divizorii numarului 12:

$D_{12} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

- divizori impropii 1 și 12
- divizori proprii 2, 3, 4, 6

∘ Cel mai mare divizor comun $= (a, b)$

Definiție!: C.m.m.d.c este cel mai mare număr natural care ~~se~~ divide numerele date.

Pentru a-l afla, descompunem numerele în factori primi și luăm o singură dată factorii comuni cu exponenții cei mai mici și îi înmulțim între ei.

∘ Cel mai mic multiplu comun $= [a, b]$

Descompunem numerele și luam o singură dată factori comuni și necomuni cu exponenții cei mai mari și îi înmulțim între ei.

Nr. naturale

Mulțimea numerelor naturale (N) a apărut din nevoia de a număra.

∘ Scrierea și citirea nr-lor nat. se face prin sisteme de numerație.

Numerele naturale formate din: a, b, c cifre; scrierea pozițională:

∘ cifră $\overline{a}$: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9;

2 cifre $\overline{ab}$: 10, 11, 12, ... 33, 34... 90, 91, 99;

3 cifre $\overline{abc}$: 100, 101 ... 335 ...,..., 900 ... 999.

∘ Scrierea sistematică [se pune în evidență baza 10 (zecimală)]

$\overline{ab} = 10 \cdot a + b$ $\boxed{ex}$: $725 = 7 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 5$

$\overline{abc} = 100 \cdot a + 10 \cdot b + c$

$\overline{abcd} = a \cdot 10^3 + b \cdot 10^2 + c \cdot 10 + d$ $(a \neq 0)$

∘ $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \ldots, 10, 11, \ldots 99, 100, \ldots n, \ldots\}$ mulțimea numerelor naturale

$\mathbb{N}^* = \mathbb{N} \setminus \{0\}$ mulțimea nr-lor naturale fără zero.

Un nr natural, sigur nu este pătrat perfect dacă ultima sa cifră este 2, 3, 7 sau 8.

Cubul unui număr n^3 (puterea treia a numărului n)

- $1+2+3+\ldots+n=\frac{n(n+1)}{2}$, suma primelor n numere naturale.

Sistemul binar (scrierea în baza 2)

Cifre $\{0,1\}$ $\overline{ab}_2=a\cdot 2+b$; $a,b\in\{0,1\}$, $a\neq 0$

EXEMPLU: $101_2=1\cdot 2^3+0\cdot 2+1=5$ $\qquad 5=101_2$

$$\begin{array}{r|l} 5 & 2 \\ 4 & 2 \;|\; 2 \\ 1 \quad \frac{2}{0} & 1 \end{array}$$

Medii

1. Media aritmetică (m_a):
$m_a=\frac{a+b}{2}$
2. Media aritmetică ponderată
$m_{ap}=\frac{a\cdot p_1+b\cdot p_2}{p_1+p_2}$

o Cifre romane {I, V, X, L, C, D, M}.

Reguli:

1. O cifră cu valoare mai mică scrisă la dreapta uneia cu valoare mai mare indică o sumă.

XV = X+V = 15.

2. Scrisă la stânga indică o scădere

CM = M-C = 900

3. Cifrele I, X, C, M pot fi scrise consecutiv de cel mai mult trei ori.

4. Nu se poate repeta consecutiv cifrele V, L, D

5. Orice cifră sau grup de cifre subliniate superior cu o linie este multiplicată de 1000 ori:

$\overline{X} = 10.000$ $\overline{L} = 50.000$; $\overline{XC} = 90.000$

$\overline{CD} = 400.000$

1989 = 1000+900+80+9 = MCMLXXXIX

358 = 300+50+8 = CCCLVIII

Ridicarea la putere
Ultima cifră.

- Puterea unui număr natural a cu exponent natural n

a - baza puterii n - exponentul puterii

$a^1 = a$ $a^0 = 1$ cu $a \neq 0$ 0^0 nu are sens.

Reguli de calcul cu puteri

Fie a, b, n, m numere naturale, $a, b \in N^*$

- $a^m \cdot a^n = a^{n+m}$
- $a^m : a^n = a^{m-n}$ pentru $(\forall)\, m \geq n$
- $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
- $(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$
- $(a : b)^n = a^n : b^n$ unde b / a

Sunt utile egalitatile:

$a^{n+m} = a^n \cdot a^m$, $a^{m \cdot n} = (a^m)^n$

$a^{m-n} = a^m : a^n$ cu $m > n$

Ultima cifră a puterii unui număr natural $a \in \mathbb{N}^*$; $U(a)$ - ultima cifră a numărului a.

$U(a)$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$U(a^2)$	0	1	4	9	6	5	6	9	4	1
$U(a^n)$	0	1				5	6	|pt $n \neq 0$|		

$U(\overline{\ldots 2}^{1}) = 2$ $\qquad$ $U(\overline{\ldots 3}^{1}) = 3$

$U(\overline{\ldots 2}^{2}) = 4$ $\qquad$ $U(\overline{\ldots 3}^{2}) = 9$

$U(\overline{\ldots 2}^{3}) = 8$ $\qquad$ $U(\overline{\ldots 3}^{3}) = 7$

$U(\overline{\ldots 2}^{4}) = 6$ $\qquad$ $U(\overline{\ldots 3}^{4}) = 1$

$U(\overline{\ldots 2}^{2013}) = 2$ $\qquad$ $U(\overline{\ldots 3}^{2014}) = 9$

$2013 = 4 \cdot 503 + 1$ $\qquad$ $2014 = 4 \cdot 503 + 2$

$r = 1$ $\qquad$ $r = 2$

Ultima cifră se repetă din 4 în 4 pentru puterile numerelor cu ultima cifră 2, 3, 7, și 8.

o Proprietățile adunării și înmulțirii numerelor naturale $(\forall)\ a, b, c \in \mathbb{N}$

Proprietatea	Adunarea (+)	Înmulțirea (·)
1. comutativitatea:	$a+b=b+a$	$a \cdot b = b \cdot a$
2. asociativitatea:	$(a+b)+c=a+(b+c)$	$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
3. element neutru:	$0+a=a+0=a$	$1 \cdot a = a \cdot 1 = a$

o Distributivitatea față de + și −

$$a \cdot (b \pm c) = a \cdot b \pm a \cdot c$$
$$a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c)$$
a factor comun

Factor comun:

$$a \cdot b + a = a \cdot b + a \cdot 1 = a \cdot (b+1)$$

Divizibilitatea: fie $a, b \in \mathbb{N}$

Notații:
Citire:

a / b — a divide b; a împarte exact pe b

$b \vdots a$ — b divizibil cu a; b se împarte exact la a

a divizor − D_a − mulțimea divizorilor lui a

b multiplu M_a mulțimea multiplilor lui a

ex: $D_{12}\ \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

$M_{12} = \{0, 12, 24, \ldots 12 \cdot n \ldots\}$